ОСТАННІ НАДХОДЖЕННЯ

УДК 519.159.:621.3

ЛОКАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОДНІЄЇ МОДЕЛІ ЕКОНОМІКИ З ВРАХУВАННЯМ ЗАПІЗНЕННЯ

Г. П. Коваленко, к.ф.-м.н., доцент
А. Б. Баталова, старший викладач
Сумський національний аграрний університет

Для лінеаризованої моделі макроекономіки одержано інтервали змінювання параметрів, в яких економіка зростає, спадає або коливається.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ.

Перша проблема, яка виникає при розробці загальної моделі економіки - це вибір мінімально необхідної кількості факторів, здатних охопити найсуттєвіші властивості економічної системи, або їх частину. Друга проблема - постулювання залежності між вибраними факторами та їх динамічними характеристиками, для чого використовується інформація, зібрана на вербальному рівні вивчення. Один з виборів тут полягає між лінійною чи нелінійною залежністю. Хоча економічні процеси суто нелінійні, однак ряд міркувань свідчить на користь використання обох залежностей, тобто як лінійних так і нелінійних моделей. По-перше, вивчення будь-якої нелінійної моделі починається з аналізу її лінійної частини. По-друге, нелінійна модель не допускає глобального аналізу, із-за чого її доводиться спрощувати в околі особливої точки з припущенням про малість відхилення фазових координат від останньої. Розробка моделей економічних процесів передбачає вивчення впливу кожного параметра на їх динаміку, тобто однією з головних проблем аналізу нелінійних моделей є вивчення змінювання фазових координат під впливом змінювання одного з її параметрів. При цьому доцільно наділити здатністю до змінювання кожен параметр моделі. Але особливе значення має вивчення такого впливу при змінюванні параметра, на який можна вплинути ззовні. Отже виникає проблема керованості економічним процесом хоча б в критичних ситуаціях і в обмеженому обсязі. Спроби такого впливу на економічний процес з боку людини - це типова практика функціонування економіки. Питання полягає в тому, щоб реакція системи на зовнішнє втручання була прогнозованою і бажаною. Метод проб і помилок такого результату не гарантує. Інформація, одержана з аналізу нелінійної моделі, по необхідності буде неповною, але може допомогти вибрати більш успішні засоби впливу.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ.

Питання про існування біфуркації малих ненульових рішень досліджений Гукенхеймером Док., Холмс Ф. та Красносєльским М. О. [1-2].

Слід відмітити, що з існуючих методів аналізу нелінійних моделей економіки перспективним є метод біфуркації народження циклу [2], застосування якого до задач економічної динаміки знаходиться в початковій стадії.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Основна задача дослідження полягає в отриманні макромоделі економіки, яка встановлює залежність між параметрами коли об’єм виробництва підвищується або знижується, змінюється по експоненті, коливається зі зростаючою, спадною чи сталою амплітудою навколо стаціонарного розв’язку.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ.

Математичне моделювання різних питань часто призводить до вивчення систем диференційних рівнянь, що містять параметри. Таке вивчення починається зазвичай із знаходження нерухомих точок (стаціонарних розв’язків) в їхній залежності від параметрів і в міру можливості виявлення періодичних режимів.

Виявлення біфуркації народження циклу [1, 4, 5] (тобто біфуркації Хопфа) – один з етапів цього дослідження.

Нехай $y(t)$, - об'єм виробництва національної економіки, до якого входять:

- фонд споживання $(1-S)y(t)$,
- капіталовкладення $x(t)$,
- урядові витрати $ky(t)+G$, де $k\in(0;1)$,
- *G* - стала компонента витрат.

Отже,

$$y(t)=(1-S+k)y(t)+x(t)+G, \qquad (1)$$

де коефіцієнт заощадження *S* додатній і менший одиниці. Нехай загальний попит *D*(*t*) зрівнявся з об'ємом виробництва: $D(t)=y(t)$. Однак в правій частині цієї рівності слід врахувати явище запізнення, оскільки об'єкти будівництва входять в експлуатацію з затримкою в часі. Це можна зробити, замінивши в (1) *y*(*t*) на $y(t-\tau)$, де τ - усереднене значення запізнення, яке тут вважається достатньо малим і таким, що в ряді Тейлора $y(t-\tau)=y(t)-\tau\dot{y}(t)+0(\tau^2)$ можна знехтувати всіма доданками, починаючи з третього, які позначені символом $0(\tau^2)$. Тоді рівняння (1) при додатковій умові, що $x(1\text{-}\tau) = x(t)$, зводиться до такого

$$-\tau(1-S=k)\dot{y}+(k-S)y(t)+x(t)+G=0 \qquad (2)$$

Далі приймається, що рівень капіталовкладень $x(t)$ пропорційний швидкості зростання об'єму виробництва при відсутності запізнення:

$x(t)=a\dot{y}(t)$ де a - коефіцієнт капіталовкладень.

При наявності запізнення останнє рівняння не виконується, тобто $a\dot{y}(t)-x(t)$ не дорівнює нулю. Формула кінцевих приростів дає підстави записати таке наближене рівняння

$$\dot{x}(t)=b(a\dot{y}(t)-x(t)), \qquad (3)$$

де b далі називається коефіцієнтом зростання капіталовкладень. Рівняння (2) і (3) зводяться до такої системи лінійних диференціальних рівнянь

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\end{pmatrix}=\mathrm{M}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}+\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix}ab\\ 1\end{pmatrix}G;\quad \mathrm{M}=\begin{pmatrix}B & A\\ F & D\end{pmatrix};$$

$$B=\Delta^{-1}(a-\tau(1-S+k))b;\quad A=\Delta^{-1}ab(k-S);$$

$$D=\Delta^{-1}(k-S);\quad F=\Delta^{-1};\quad \Delta=\tau(1-S+k). \qquad (4)$$

Щодо моделі (4) ставляться такі завдання:

а) знайти нерівності для параметрів моделі, коли об'єм виробництва падає, зростає, здійснює періодичні коливання навколо стаціонарного розв'язку, здійснює згасаючі і наростаючі коливання,

б) знайти частоти відповідних коливних процесів і біфуркаційні значення параметрів.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ АНАЛІЗ.

Система рівнянь (4) має стаціонарний розв'язок

$$y_c=G(S-k)^{-1};\qquad x_c=0.$$

Це означає, що коли капіталовкладення відсутні, то об'єм виробництва тримається на одному рівні як вказано вище. Доречно відмітити, що стаціонарний розв'язок існує лише при виконанні нерівності $S>\kappa$. В разі наближення κ до S стаціонарний розв'язок зникає, що безпосередньо випливає з системи (4).

Характер розв'язків залежить від коренів характеристичного рівняння λ

$$\det(M-\lambda E)=0,$$

де E - одинична матриця другого порядку.

Корені цього рівняння мають вигляд

$$2\lambda_{1,2}=\frac{1}{\Delta}\left\{-Q\pm\sqrt{R}\right\};\quad R=Q^2-4b(S-k)\Delta; \qquad (5)$$

$$Q=S+b\tau-b(a+S\tau)-k(1-\tau b);\quad \Delta=\tau(1-S=k).$$

Як уже відмічалось, коефіцієнти S і κ по необхідності додатні і менші одиниці. Для більшої визначеності наступного аналізу вважається, що коефіцієнти a і b також належать інтервалу (0; 1). Що стосується τ, то прийнята умова нехтування доданками квадратичного і наступних порядків малості по параметру τ вимагає, щоб τ не виходило за межі інтервалу (0; 0,1).

Вивчення власних значень (5) починається з виконання нерівностей $Q>0$, $R>0$. В цьому випадку обидва корені будуть від'ємними, що відповідає стійкому вузлу. При цьому об'єм виробництва спадає по експоненті до стаціонарного значення $y_c=\frac{G}{S-k}$, а рівень капіталовкладень прямує до нуля.

Якщо спочатку прийняти, що k=0, то нерівність $Q=b\left(\frac{S}{b}+\tau-a-S\tau\right)>0$

виконується для малих a,b і не малих S, а точніше для

$$\frac{1}{b}>\tau,\quad a<\tau,\quad S\in(0{,}5;1)$$

Друга нерівність $Q^2>4b(S\text{-}k)\Delta$ при κ=0 виконується, коли параметр a знаходиться в інтервалі

$$0<a<\frac{S}{b}+\tau-S\tau-\sqrt{\left(\frac{S}{b}+\tau\right)^2-4\frac{S^2\tau}{b}},$$

що також відповідає малим значенням a і b. Отже, падіння виробництва спостерігається при малих коефіцієнтах капіталовкладень a, та при малих коефіцієнтах їх зростання b, а також при великих відсотках заощаджень, що відповідає реальній динаміці економічного процесу.

Оскільки доданок $k(1\text{-}\tau b)<0$, то його врахування приводить до зменшення падіння виробництва.

При виконанні нерівностей $Q>0$, $Q^2<4b(S-k)\Delta$ об'єм виробництва і капіталовкладень здійснюють згасаючі коливання з частотою

$$\omega_1=\frac{1}{2\Delta}\sqrt{4b(S-k)\Delta-Q^2}$$

Ці нерівності для k=0 виконуються коли Q, залишаючись додатною величиною, стає меншою другого доданку. Це станеться, коли зменшиться параметр S в порівнянні з попереднім значенням і дещо збільшиться b. При врахуванні k зменшення Q досягається без зміни інших параметрів. Динаміка об'єму виробництва описується залежністю

$$y(t)=N\exp\left(-\frac{Qt}{2\Delta}\right)\cos(\omega t-\varphi)+\frac{G}{S-k}$$

де N - амплітуда коливань, що залежить від початкових умов,

φ - початкова фаза коливань.

Власні значення λ стають суто уявними, якщо Q обертається в нуль:

$$Q=S+b\tau-b(a+S\tau)-k(1-\tau b)=0. \qquad (6)$$

Показники економіки здійснюють гармонічні коливання з частотою

$$\omega_1=\sqrt{b(S-k)\Delta^{-1}}$$

З рівняння (6) можна виразити будь-який з параметрів a, b, S, k через інші. Відповідне значення такого параметра називається біфуркаційним і позначається індексом «0». Після підстановки такого значення параметра в частоту (якщо там є такий параметр) одержується остаточне значення частоти коливань. Для параметра S знайдено:

$$S_0 = \left[k(1-\tau b) = b(a-\tau)\right](1-\tau b)^{-1}$$

Оскільки S_0 належить інтервалу (0; 1), то повинно бути

$b(a-\tau)<(1-\tau b)(1-k)$.

Частота коливань набирає такого значення

$$\omega_2 = \left(\frac{b(a-\tau)}{\tau(1-ab)}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (7)$$

Одержаний вираз для частоти дає додаткову умову існування коливань:

$a>\tau$

Раніше було визначено, що a, b додатні і менші одиниці, тому нерівність $ab<1$ виконується. З формули випливає, що зростання параметрів a і b приводить до зростання частоти, але екстремум не досягається, бо, наприклад,

$$\frac{\partial\left(\omega^2\right)}{\partial b} = \frac{b(a-\tau)(2-ab)}{\tau(1-ab)^2} > 0$$

не має стаціонарних точок.

Для біфуркаційного значення параметра k одержано:

$$k_0 = \left(S + b\tau - b(a + S\tau)\right)(1-\tau b)^{-1}.$$

Умова його існування зводиться до нерівності

$$S + b\tau - b(a + S\tau) < 1 - \tau b.$$

Її виконання пов'язане з малим значенням коефіцієнта b.

Дійсно, наприклад,

$$\frac{\partial k_0}{\partial b} = \frac{\tau - a}{(1-\tau b)^2} < 0.$$

Це означає, що при зменшенні b значення k_0 зростає. Підстановка значення k_0 в частоту ω_1 приводить до попереднього значення (7). Отже, не залежно від вибору біфуркаційного параметра S або k частота коливань залишається не змінною. Оскільки з чотирьох параметрів S і k найбільш доступні зовнішньому впливу, тобто вони доступні для вибору їх в якості параметрів керування економікою, то незмінність частоти надає додаткові переваги такому вибору.

Для параметра b одержано:

$$b_0 = \frac{S-k}{a + S\tau - \tau(1+k)}.$$

Необхідність виконання нерівності $S>k$ відмічалась раніше. Наступні дві умови зводяться до однієї:

$$S - k + \tau(1+k) < a + S\tau. \qquad (8)$$

Ця нерівність виконується для немалих a. Для частоти одержано таке значення

$$\omega_3 = (S-k)\sqrt{b}\left(\tau(1-S+k)(a-\tau+\tau(S-k))\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Умова існування коливань $a+S\tau>\tau(1+k)$ виконується при виконанні нерівності (8). Оскільки ω_3 залежить від різниці параметрів S-k а не від кожного окремо, то частота ω_3 буде сталою величиною на прямих S-k=C в системі координат S, k, де C – константа. Це означає, що коли коефіцієнти заощадження S і державних витрат k збільшити чи зменшити на одну і ту ж величину, то частота коливань не зміниться.

Що стосується параметра a, то його біфуркаційне значення

$$a_0 = b^{-1}\left[S + b\tau(1-S) - k(1-\tau b)\right]$$

існує при виконанні нерівності

$$S + b\tau(1-S) < k(1-\tau b) + b.$$

Остання ж виконується для не малих b, k і малих S і, що як випливає з попереднього, в разі порушення рівняння Q=0 створить умови для переходу в режим згасаючих коливань. Крім того, параметр a не входить в первісну частоту коливань ω_1.

При виконанні нерівностей

$$Q < 0; \quad 4b(S-k)\Delta > Q^2$$

фазові координати здійснюють коливання наростаючої амплітуди, що відповідає нестійкому фокусу. З першої нерівності випливає, що її виконання можливе при немалих a, b і малих S, тобто коли мало заощаджують а коефіцієнти капіталовкладень a та їх зростання b знаходяться в інтервалі (0,5; 1). Як видно з нерівності, збільшення коефіцієнта державних витрат також сприяє коливанням з наростаючою амплітудою.

Коли величина Q продовжує зменшуватись, але зростає її абсолютна величина, то підкорінний вираз власного значення знову стає додатнім, тобто виконуються нерівності

$$Q < 0; \quad Q^2 > 4b(S-k)\Delta,$$

що відповідає нестійкому вузлу, наслідком чого є експоненціальний ріст фазових координат, що суперечить дійсності. Однак вимоги до співвідношень між параметрами, коли такий ріст фіксується теоретично, мають евристичне значення.

ВИСНОВОК

Ми отримали макромодель економіки з деяким ціновим чинником виготовленої продукції, фонду споживання і затрат виробництва. Ці чинники задовольняють два диференціальні рівняння, що містять п'ять параметрів.

Проведений аналіз у рамках даної математичної моделі показує, що за оптимальної стратегії керування ціною функції капіталовкладень і прибутку коливаються синхронно з однаковими частотами, проте характер капіталовкладень менш гладкий і має в області максимуму сплески. Цікавим є той факт, що за оптимальної стратегії функції прибутку на відповідній стратегії капіталовкладень розташовані ділянки з від'ємними капіталами, які, наприклад, можна інтерпретувати як додатковий прибуток. У цьому знаходяться певні наслідки затримки.

Список використаної літератури:

1. Гукенхеймер Док., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. - 560 с.
2. Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1966. - 332 с.
3. Хэссард Б„ Казаринов Н., Ван И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. М.: Мир. 1985. - 280 с.
4. Йосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. – М.: Мир, 1983. – 300 с.
5. Д. Эрроумсмит, К. Плейс. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1986. – 240 с.

Для линеаризованной модели макроэкономики получены интервалы изменения параметров, в которых экономика растет, спадает или колеблется.

For the linearized model of macroeconomics the intervals of change of parameters, which an economy grows in, falls or hesitates, are got.

Дата надходження до редакції: 01.10.2013 р.
Резензент: д.ф.-м.н., професор Малютін К.Г.

УДК 336.02:330.341:332.14

ФІНАНСОВА ПОЛІТИКА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РОЗВИТКУ СІЛЬСЬКИХ ТЕРИТОРІЙ: МОДЕЛЬ УЧАСТІ МІСЦЕВИХ ГРОМАД

Ю. М. Петрушенко, к.е.н., доцент, Сумський державний університет

У дослідженні обґрунтовується положення, відповідно до якого впровадження моделі участі територіальних громад у фінансуванні місцевого розвитку має стати пріоритетом державної фінансової політики у сфері забезпечення соціально-економічного розвитку сільських територій в Україні.

Ключові слова: *фінансова політика, територіальна громада, соціально-економічний розвиток, партисипативне фінансування.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Володіючи одними з найкращих чорноземів у світі переважна більшість жителів сільських громад в Україні живе на межі бідності. Після 22 років ринкових реформ земля ще й досі не стала об’єктом купівлі-продажу, а сільські жителі і надалі покладають надії на державу, яка, на їх переконання, повинна вирішити їх проблеми. Рівень патерналізму сільських жителів є вкрай високим.

Економічну пастку, в якій опинились українські сільські громади чудово описав у своїй книзі «Загадка капіталу» відомий економіст Ернандо де Сото [1]: земля в Україні не є капіталом, який би дозволив її власникам залучати дешеві кредити чи інші фінансові ресурси необхідні для соціально-економічного розвитку сільських територій.

Проблема нестачі фінансових ресурсів для місцевого розвитку є вкрай актуальною, особливо з врахуванням постійного дефіциту місцевих і державного бюджетів. Тому розробка дієвих інструментів фінансової політики забезпечення розвитку сільських територій є важливим і нагальним питанням для вітчизняної економічної науки.

Міжнародний досвід свідчить про те, що низку проблем місцевого розвитку можна вирішити за допомогою так званого партисипативного фінансування (participative financing), що передбачає можливість залучення фінансових ресурсів не тільки держави, але й місцевих громад та бізнесу.

Аналіз основних публікацій. Практика підходу, орієнтованого на участь місцевих громад, його важливість і позитивні результати впливу на соціально-економічний розвиток територіальних спільнот почали обговорювались у світовій науковій літературі починаючи з другої половині XX століття і продовжують активно обговорюватись у XXI столітті: Chase R., Holmemo C. [5], Dongier P., Domelen J. V., Ryan A., Wakeman W., Bebbington A., Polski M. [6], Hardin G. [9], Mansuri G., Rao V. [11], Tanaka S., Singh J., Songco D., Maclean J. [13], Walker T. F. [14].

У роботах цих науковців стверджується, що підхід, орієнтований на залучення громад до місцевого розвитку, підвищує економічну ефективність надання послуг та використання активів у таких секторах, як інфраструктура, освіта, мікрофінансування та раціональне використання природних ресурсів. Підхід до місцевого розвитку, орієнтований на участь громади, дозволяє залучити до місцевого розвитку фінансові ресурси окремих громадських груп, але і надає право голосу при визначенні пріоритетів розвитку в та-